

Suites numériques

Partie 2 : Suites arithmétiques – suites géométriques

Laurent Debize

BTS SIO

Suites arithmétiques

Suites géométriques

Suites arithmétiques

Définition

La suite (u_n) est dite **arithmétique** s'il existe un réel r tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le réel r est alors appelé **raison** de la suite (u_n) .

Exemple

Si vous déposez tous les mois 100€ sur votre compte bancaire, la suite des sommes sur votre compte est une suite arithmétique de raison 100.

Suites arithmétiques

Théorème

Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r , alors pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = u_0 + n \cdot r$$

Exercice

La suite (u_n) est arithmétique, on sait que $u_3 = 5$, et $u_7 = 17$.

- Calculer son premier terme et sa raison.
- A l'aide d'un tableur, calculer la somme des 100 premiers termes de cette suite.
- Maintenant, calculer $100 \times \frac{u_0 + u_{99}}{2}$

Suites arithmétiques

Théorème

La somme des termes d'une suite arithmétique est :

$$\text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

Exemple

La somme des n premiers entiers est : $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Suites arithmétiques

Suites géométriques

Suites géométriques

Définition

La suite (u_n) est dite **géométrique** s'il existe un réel q tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n \cdot q$$

Le réel q est alors appelé **raison** de la suite (u_n) .

Exemple

Si votre banque rémunère votre compte à 2% d'intérêts composés, la suite des sommes sur votre compte (après placement initial) est une suite géométrique de raison 1,02.

Suites géométriques

Théorème

Si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , alors pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = u_0 \cdot q^n$$

Exercice

La suite (u_n) est géométrique, de premier terme $u_0 = 100$, et de raison 1,02. Calculer u_{10} , ainsi que la première valeur de n telle que $u_n \geq 2u_0$.

Suites géométriques

Théorème

La somme des termes d'une suite géométrique de raison $\neq 1$ est :

$$\text{premier terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}}$$

Exemple

La somme des n premières puissances de 2 est :

$$1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2}$$

Feuille d'exercice intitulée « Rappels et compléments sur les suites »

